Repérage

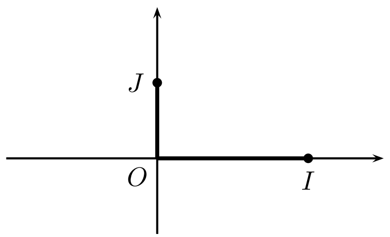
1 Définition

Définition 1.1
On appelle ***repère*** *du plan tout triplet $(O; I, J)$ où les points O, I et J ne sont pas alignés.*
Le point O est appelé ***origine du repère****.*
La droite (OI) est appelée ***axe des abscisses*** *et la droite (OJ) est appelée* ***axe des ordonnées****.*

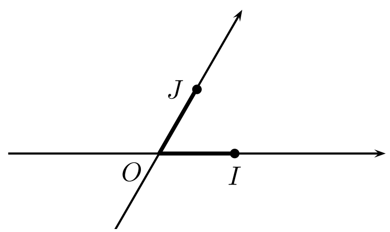
Définition 1.2

1. *Si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires, le repère est dit* ***orthogonal****.*
2. *Si les longueurs OI et OJ sont égales , le repère est dit* ***normé****.*
3. *Si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires et si les longueurs OI et OJ sont égales , le repère est dit* ***orthonormé****.*
4. *Sinon, le repère est dit* ***quelconque****.*

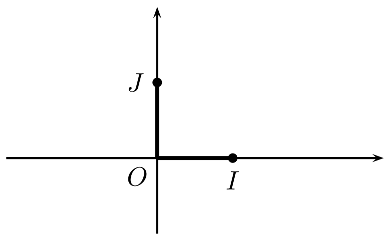
Repère orthogonal



Repère normé



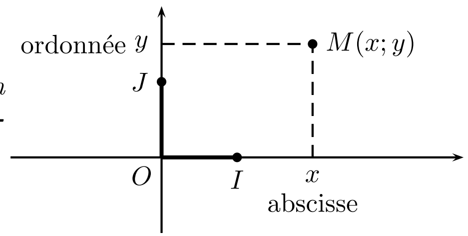
Repère orthonormée



Remarque *La longueur OI vaut toujours 1 unité (de l'axe des abscisses). On a également $OJ = 1$ unité, mais pas forcément la même.*

2 Coordonnées de points

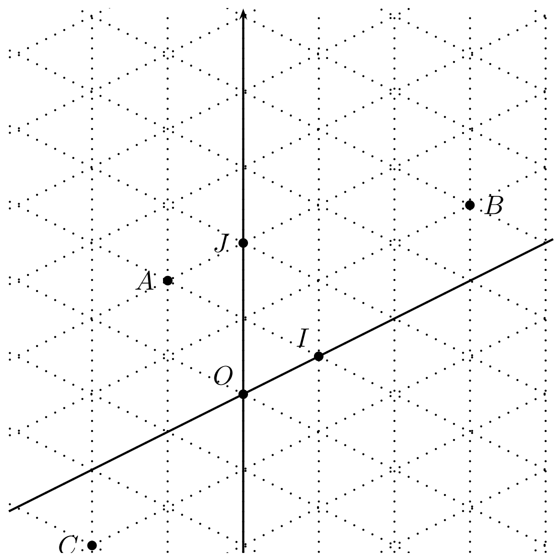
Théorème 2.1 *Coordonnées*
Dans un repère, tout point M est repéré par un unique couple $(x; y)$ de réels, appelé couple des ***coordonnées*** *de M.*
*x est l'****abscisse*** *de M et y est l'****ordonnée*** *de M.*



Remarque

1. *l'ensemble de tous les réels se note $\mathbb{R}$.*
2. *on note souvent $(x_A; y_A)$ les coordonnées de A, $(x_M; y_M)$ les coordonnées de M ...*
3. *deux points qui ont les mêmes coordonnées sont confondus.*

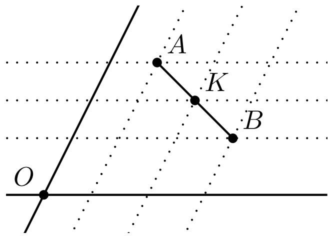
Exemple 2.2 Dans ce repère ci-dessous, donner les coordonnées des points A, B et C.



$A(-1; 1)$
$B(3; \frac{1}{2})$
$C(-2; \frac{-1}{2})$

3 Milieu d'un segment

Théorème 3.1 *Milieu*
Soient $A\,(x_A\,;\,y_A)$ et $B\,(x_B\,;\,y_B)$ deux points dans un repère du plan.
Le milieu K du segment $[AB]$ a pour coordonnées :



$\boxed{x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2}}$ *et* $\boxed{y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2}}$

Exemple 3.2 Dans un repère du plan, on donne $A(-3;-1)$, $B(5;-2)$. Déterminer les coordonnées du milieu K du segment $[AB]$.

On utilise la formule :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \quad et \quad y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$x_A = -3 \quad x_B = 5 \quad y_A = -1 \quad y_B = -2$$

Donc :

$$x_K = \frac{-3+5}{2} \quad et \quad y_K = \frac{-1+-2}{2}$$

$$x_K = 1 \qquad y_K = \frac{-3}{2} : \qquad K(-1;\frac{-3}{2})$$

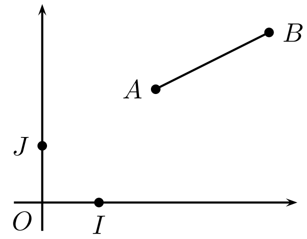
Remarque *Penser à un calcul de moyenne lorsqu'il s'agit du milieu.*

Exercice 1 (**Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme**)
Dans un repère du plan, on donne $A(-3;-1)$, $B(5;-2)$, $C(7;3)$ et $D(-1;4)$.
Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 2 (**Notion de symétrie**)
Dans un repère du plan, on donne $A(-5;2)$, $D(-3;5)$.
Déterminer les coordonnées du symétrique E de D par rapport à A.
$\rightsquigarrow E(-7;-1)$

4 Distance en repère orthonormé

Théorème 4.1 *Distance*
Soient $A\,(x_A\,;\,y_A)$ et $B\,(x_B\,;\,y_B)$ deux points dans un repère ***orthonormé.***
La distance AB est égale à :



$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

.

Exemple 4.2 Dans un repère **orthonormé** du plan, on donne $A(-3;-1)$, $B(5;-2)$. Calculer la distance AB.

On utilise la formule :

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

.

$$x_A = -3 \quad x_B = 5 \quad y_A = -1 \quad y_B = -2$$

Donc :

$$AB = \sqrt{(5-(-3))^2 + (-2-(-1))^2}$$

.

$$AB = \sqrt{(8)^2 + (-1)^2}$$

.

$$AB = \sqrt{65}$$

Exercice 3 (**Calcul de distance**)
Dans un repère orthonormé du plan, on donne $A(-3;-1)$, $B(5;-2)$, $C(7;3)$ et $D(-1;4)$.
Calculer AB, CD.

Exercice 4 (**Montrer que ABC est un triangle rectangle**)
Dans un repère orthonormé, on donne $A(-2;-1)$, $B(1;3)$, $C(-3;6)$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle en B.

5 Liens Internet pour réviser

1. • Calculer les coordonnées du milieu d'un segment connaissant les coordonnées de ses extrémités
2. • Déterminer les coordonnées de l'image d'un point par une symétrie centrale
3. • Calculer la distance entre deux points de coordonnées fixées dans un repère orthonormal du plan
4. • Calcul des coordonnées du milieu d'un segment
5. • Calcul des coordonnées du quatrième sommet d'un parallélogramme